

Untersuchungen an optischen Reflexions- Interferenzfiltern im nahen Ultraroten

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Ludwig-Maximilians-Universität

zu München

vorgelegt

von

Herbert Porsche

aus

Jägerndorf

Januar 1959

7/60
Tag der mündl. Prüfung: 25. Feb. 1959

Berichtslatten: Gerlach



Untersuchungen an optischen Reflexions-Interferenzfiltern im nahen Ultraroten*

Von HERBERT PORSCHÉ

Mit 20 Textabbildungen

(Eingegangen am 2. Juni 1959)

I. Einleitung

HADLEY und DENNISON [1] haben die Reflexion der Reflexions-Interferenzfilter (RIF) aus der Maxwellschen Theorie für senkrechte und schräge Inzidenz abgeleitet. Insbesondere diskutierten sie ihre Formeln für den Spezialfall näherungsweise gleicher optischer Konstanten n und k des Metalls (Drudesche Beziehung). Man erwartete Gleichheit von n und k im Ultraroten bereits von etwa $10\ \mu$ an. Die Bedingung ist jedoch auch bei sehr viel größerer Wellenlänge noch nicht erfüllt [2]. Daraus folgt, daß man die allgemeinen

Formeln von HADLEY und DENNISON anwenden muß, ohne die Vernachlässigungen vornehmen zu können, die sich aus der Gleichsetzung von n und k ergeben. Dadurch aber werden die genannten Formeln unübersichtlich und lassen sich praktisch schlecht nachprüfen. Der Spektralbereich des nahen Ultraroten ist somit ein Übergangsgebiet, dem besonderes Interesse zukommt. Die vorliegenden Untersuchungen werden deshalb im Bereich zwischen $0,7$ und $12\ \mu$ (14000 bis $800\ \text{cm}^{-1}$) durchgeführt.

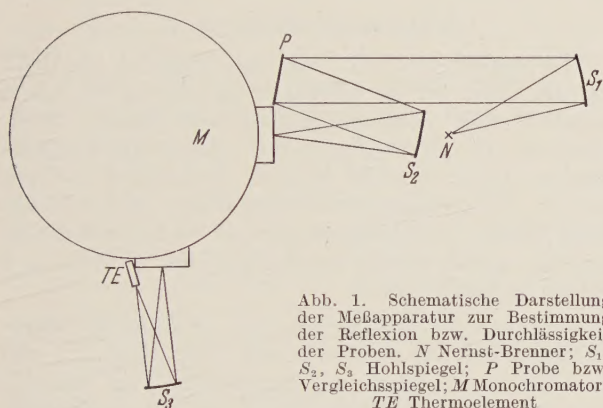
Es wird die errechnete spektrale Reflexionskurve des RIF mit der gemessenen nicht nur qualitativ, sondern auch *quantitativ* verglichen. Nach HADLEY und

* Dissertation Universität München 1959.

DENNISON [1] soll die metallische Deckschicht jedes Filters, das im Minimum keine Reflexion mehr zeigt, einen Flächenwiderstand von $(\mu_0/\epsilon_0)^{1/2} = 377 \Omega$ haben. SCHRÖDER [4] hat jedoch darauf hingewiesen, daß diese Bedingung nur geringe praktische Bedeutung hat, weil der elektrische Widerstand der Schicht im Bereich optischer Frequenzen nicht bestimmbar ist. Er leitet nach einer rein wellenoptischen Methode einen Ausdruck für die spektrale Reflexion des RIF ab. Dabei wird insbesondere der Einfluß der Drude'schen Beziehung $n \approx k$ diskutiert und bewiesen, daß die 377Ω -Bedingung durch eine besser angepaßte ersetzt werden muß, die ausschließlich von den optischen Konstanten abhängt. Die vorliegende experimentelle Arbeit soll auch zur Klärung dieser „Nullbedingung“ (wie sie von SCHRÖDER genannt wird) beitragen.

II. Beschreibung der Apparaturen

Um der Aufgabenstellung gerecht zu werden, müssen sowohl die RIF selbst, wie auch die zu ihrem Aufbau verwendeten einzelnen Schichten untersucht werden. Für die Herstellung der Proben stand eine



Vakuum-Bedampfungsanlage B 500 der Firma Gerätebauanstalt Balzers zur Verfügung. Als Schichtträger für die Einzelschichten fanden Platten aus Arsensulfid-Glas der Firma Schott & Gen., Mainz, Verwendung. Zusätzlich wurden die Schichten auf schwach keilförmige gewöhnliche Glasplatten gedampft. Mit diesen war die Messung im kurzwelligen Teil bis 2μ möglich. Während des Bedampfens betrug der Druck im Rezipienten etwa $5 \cdot 10^{-5}$ Torr, höchstens aber 10^{-4} Torr. Die Apparatur zur Bestimmung der reflektierten und durchgelassenen Intensitäten ist in Abb. 1 schematisch skizziert.

Der Nernst-Brenner N steht in der Brennebene des Hohlspiegels S₁. Die Probe P (das zu messende RIF oder die Einzelschicht oder ein Vergleichsspiegel) reflektiert das parallele Licht so, daß es unter einem Einfallswinkel von 5 bis 6° auf den Hohlspiegel S₂ trifft. Dieser bildet die Lichtquelle auf den Spalt des Monochromators M (Spiegeleinfachmonochromator der Firma Zeiss mit Wadsworth-Montierung des Prismas) ab. Ein weiterer Hohlspiegel S₃ bildet schließlich den Sekundärspalt des Monochromators auf ein Vakuumthermoelement TE ab. Die Anzeige des Photostroms erfolgt mit einem Spiegelgalvanometer hoher Spannungsempfindlichkeit ($c = 3,7 \cdot 10^{-7} \text{ V/mm} \cdot \text{m}$).

Der Meßfehler (Ableseungenauigkeit, Emissionsschwankungen der Lichtquelle, Dunkelstromschwankungen des Empfängers) war im Bereich größter Intensität des Brenners zwischen 4000 und 10000 cm^{-1} sicher kleiner als 1%. Gegen den kurzwelligen Rand des Meßbereichs erhöhte sich der maximale Fehler bis 5%. Bei 800 cm^{-1} , im Langwelligen also, war er nicht größer als 3%.

Weiter wurde die Wägungsdicke der Proben mit einer Schnellwaage der Firma Mettler, Zürich (Anzeigegenauigkeit $\pm 0,02 \text{ mg}$), ermittelt. Zur Messung des Gleichstromwiderstands der oberen dünnen Metallschicht diente ein Pontavi der Firma Hartmann & Braun, Frankfurt. Um fehlerhafte Widerstandsmessungen zu vermeiden, wurde für die Kontakte Leitsilber-Paste verwendet.

III. Voruntersuchungen

Zur Vorbereitung auf die Hauptmeßreihe, über die weiter unten berichtet wird, wurden einige RIF

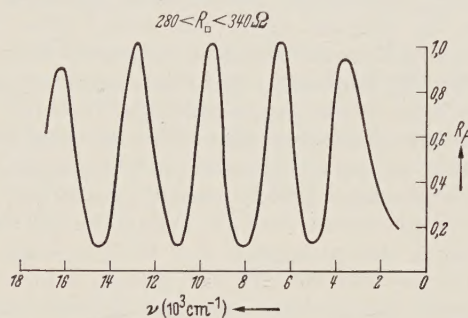


Abb. 2.

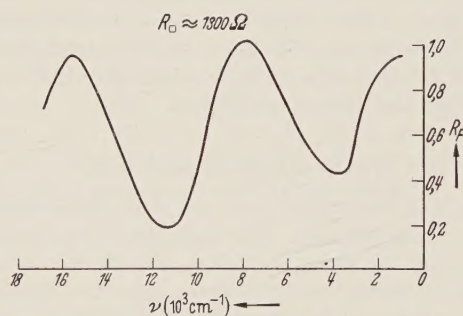


Abb. 3.

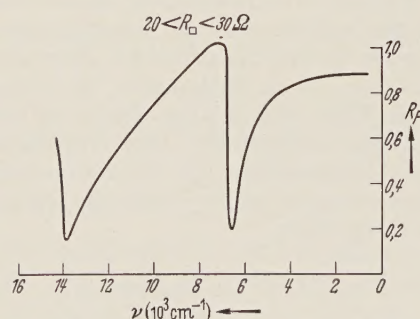


Abb. 4.

Abb. 2—4. Reflexionskurven dreier ausgewählter Filter des Systems Aluminium-Kryolith-Aluminium

des Systems Aluminium-Kryolith-Aluminium hergestellt. In den Abb. 2—4 sind drei typische Vertreter

herausgegriffen. Bei der Herstellung dieser Filter wurde während des Bedampfungsprozesses der Gleichstromwiderstand der obersten Deckschicht der Probe gemessen. Da es sich nur um Voruntersuchungen handelte, ist auf die Widerstandsmessung keine allzu große Sorgfalt verwendet worden. Den Zahlenwerten für den Widerstand kann deshalb nur die Bedeutung einer Größenordnung zuerkannt werden. In den Darstellungen ist als Abszisse die Wellenzahl der einfallenden Strahlung gewählt. Die Ordinate gibt das

2. Die dielektrische Schicht

Der Brechungsindex n_2 von ZnS wurde bereits mehrfach von verschiedenen Autoren untersucht [6], [7]. Die Abweichungen dieser Angaben untereinander betragen nur wenige Prozente. Die eigenen Messungen gaben Übereinstimmung der Brechzahlen mit denen von KOPPELMANN und KREBS [6] innerhalb der Fehlergrenzen, soweit sich die Meßbereiche überdecken. Sie wurden für die Rechnungen verwendet. In Tabelle 1 sind die Brechzahlen n_4 des Arsensulfid-Glases

Tabelle 1. Brechungsindex von Arsensulfid-Glas

ν in 10 cm ⁻¹	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0,8
n_4	2,564	2,537	2,517	2,497	2,484	2,458	2,454	2,445	2,437	2,43	2,42	2,42	2,415	2,42	2,42

relative Reflexionsvermögen R_p der Filter an, bezogen auf einen Aluminium-Vergleichsspiegel. Aus dem Vergleich der Abbildungen wird ersichtlich, daß die Form der Reflexionskurven stark von der optischen Dicke der metallischen Deckschicht abhängt. Die Maxima der Kurven liegen alle etwas höher als 1 wegen der nicht ganz 100%igen Reflexion des metallischen Vergleichsspiegels. Das Filter reflektiert in den Maxima mehr als der Vergleichsspiegel (vgl. [3]). Der Abstand aufeinanderfolgender Reflexionsmaxima und -minima ist in erster Linie durch die optische Dicke der dielektrischen Zwischenschicht festgelegt. Bei niederen Wellenzahlen wird der Verlauf der Reflexionskurve durch die Absorption des Dielektrikums verzerrt. Ein gewisses Maß für die optische Schichtdicke der dünnen Metallschicht ist der Gleichstromwiderstand. Der nahezu sinusförmige Verlauf und der relativ hohe Flächenwiderstand der oberen Schicht bei dem Filter Abb. 2 läßt auf eine verhältnismäßig dünne Deckschicht schließen. In den anderen Fällen (Abb. 3 und 4) muß man durchweg wesentlich optisch dickere Deckschichten annehmen.

IV. Die einzelnen Schichten

Das RIF ist aufgebaut aus drei Schichten, der dünnen Metallschicht, der dielektrischen Zwischenschicht und der Spiegelschicht. Durch die optischen Konstanten dieser drei Schichten sind die Filtereigenschaften eindeutig bestimmt: n , k und d der dünnen Metallschicht, n_2 und d_2 des Dielektrikums und n_3 und k_3 des Spiegels. Die Berechnung dieser Größen geht aus von den reflektierten und durchgelassenen Intensitäten jeder der drei Schichten bei allen untersuchten Wellenzahlen. Beim Bedampfen im Vakuum wird neben dem Filter jede Schicht einzeln auf einen gesonderten Träger aufgebracht. Zur Vermeidung unerwünschter Nebeneffekte wie Oxydation usw. wurden die Untersuchungen an Schichten aus Gold und Zinksulfid weitergeführt.

1. Der Spiegel

Messungen der optischen Konstanten der Spiegelschicht aus Gold brauchten nicht durchgeführt zu werden, weil in der Literatur bereits hinreichend genaue Messungen dieser Größen vorliegen [8], [14]. Innerhalb der Fehlergrenze von einigen Prozenten stimmen diese Werte mit den eigenen Reflexionsmessungen an mehreren Probespiegeln überein.

aufgeführt. Sie stammen aus eigenen Reflexionsmessungen, die den Dispersionsmessungen der Firma Schott & Gen., Mainz [21], angeschlossen wurden. Die Brechzahl des verwendeten gewöhnlichen Glases zeigt im nahen Ultraroten eine so geringe Dispersion, daß mit dem konstanten Wert $1,508 \pm 0,002$ gerechnet werden konnte.

3. Die dünne Metallschicht

Wie bereits erwähnt, war das Material für diese Schicht Gold. In der Literatur findet man mehrfach Angaben über optische Konstanten dünner Goldschichten [9], [10]. Wegen der individuellen Eigenschaften jeder Schicht können Ergebnisse anderer Autoren leider nicht verwendet werden. Alle Schichtdaten müssen durch Rechnung neu ermittelt werden, nämlich der komplexe Brechungsindex $n_1 = n - i \cdot k$ und die Schichtdicke d .

Gibt man die Schichtdicke vor, so kann eine Zweideutigkeit der Konstanten n und k auftreten [2], weil die Näherungsmethode zur Errechnung von n und k bei vorgegebener Schichtdicke d auf ein biquadratisches Gleichungssystem führt, welches zwei Lösungspaare zuläßt.

Die optischen Konstanten sollen in dieser Arbeit dazu dienen, die Eigenschaften des RIF zu erklären. Es ist notwendig, die Konstanten mit denselben Methoden zu messen wie die Eigenschaften des Filters selbst, d.h. es dürfen zur Errechnung der optischen Konstanten nur Meßgrößen verwendet werden, die aus optischen Messungen folgen. Deshalb sind die von der dünnen Metallschicht allein reflektierten und durchgelassenen Intensitäten auszuwerten. Ein Vergleich einander entsprechender optischer Konstanten in der Literatur läßt Zweifel auftreten, ob nach den verschiedenen Methoden tatsächlich die Größen n , k und d gemessen wurden oder ob man statt dessen nicht irgendwelche andere Größen bestimmt hat, die eine Pseudoschichtdicke und einen komplexen Pseudobrechungsindex darstellen. In der vorliegenden Arbeit sollen die optischen Konstanten jedenfalls nur in der Weise zu weiteren Aussagen herangezogen werden, die den Meßmethoden entsprechen, nach denen sie gewonnen wurden.

Für die relative Intensität (Verhältnis der Intensitäten des reflektierten bzw. durchgelassenen Lichtes zum einfallenden) bei senkrechter Inzidenz gelten die folgenden Ausdrücke (vgl. z. B. [11], [19]).

$$\left. \begin{aligned} L &= Z_L/N; & G &= Z_G/N; & T &= Z_D/N \\ \left. \begin{aligned} \frac{Z_L}{N} \right\} &= \left\{ \begin{aligned} &+ \\ &+(n^2+k^2+n_0^2) \left[\begin{aligned} &+ \\ &+(n^2+k^2+n_4^2) \mathfrak{C} - 2n n_4 \mathfrak{S} \end{aligned} \right] \\ &+ \end{aligned} \right\} \\ &- 2n n_0 \left[\begin{aligned} &+ \\ &-(n^2+k^2+n_4^2) \mathfrak{S} + 2n n_4 \mathfrak{C} \end{aligned} \right] \\ &+ \\ &-(n^2+k^2-n_0^2) \left[\begin{aligned} &+ \\ &+(n^2+k^2-n_4^2) c + 2k n_4 s \end{aligned} \right] \\ &- \\ &- 2k n_0 \left[\begin{aligned} &+ \\ &-(n^2+k^2-n_4^2) s + 2k n_4 c \end{aligned} \right] \\ &+ \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1) \\ Z_D &= 8n_0 n_4 (n^2 + k^2). \end{aligned}$$

Hierin und im folgenden bedeuten:

- n_0 = Brechungsindex der Luft;
 $n_1 = n - i \cdot k$ = komplexer Brechungsindex der dünnen Metallschicht;
 n_2 = Brechungsindex der dielektrischen Zwischenschicht;
 $n_3 = n_3 - i \cdot k_3$ = komplexer Brechungsindex der Spiegelschicht;
 n_4 = Brechungsindex des Glasträgers;
 $d_1 = d$ = Dicke der oberen dünnen Goldschicht;
 d_2 = Dicke der dielektrischen Zwischenschicht;
 v = Wellenzahl des eingestrahlteten Lichtes;
 $\mathfrak{C} = \mathfrak{C} \cos 4\pi k d v$; $\mathfrak{S} = \mathfrak{S} \sin 4\pi k d v$;
 $c = \cos 4\pi n d v$; $s = \sin 4\pi n d v$;
 $c_2 = \cos 4\pi n_2 d_2 v$; $s_2 = \sin 4\pi n_2 d_2 v$;
 L = relative Intensität des reflektierten Lichtes beim Lichteinfall von der Luftseite her;
 G = relative Intensität des reflektierten Lichtes beim Lichteinfall von der Glasseite her;
 T = relative Intensität des durchgelassenen Lichtes (Transmission);
 R_L, R_G, D = Meßwerte für L, G, T .

Die Formeln gelten unter folgenden Voraussetzungen:

1. Die Schichten sind homogen und isotrop;
2. es existieren definierte parallele Grenzflächen zwischen den einzelnen Medien;
3. im Bereich aller Medien ist die Maxwell'sche Theorie gültig.

Von diesen Voraussetzungen sind sicher die beiden ersten nicht ideal erfüllt und vermutlich auch nicht erfüllbar. Sie gelten also nur näherungsweise. Aus diesem Grunde kann man auch für die Formeln (1) nur näherungsweise Gültigkeit erwarten. In besonderem Maße gilt das für Schichten mit geringer optischer Dicke. Das bedeutet bei Metallen, daß das Produkt $n k d v$ eine kleine Zahl wird. Man kann dann $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{S}$, c , s nach den Argumenten entwickeln und nach dem ersten Glied abbrechen. Zur vollständigen Angabe von L , G und T genügt dann außer der Kenntnis der Konstanten n_0 und n_4 nur mehr das Produkt $n k d v$, worauf neuerdings wieder WOLTER [12] aufmerksam gemacht hat. Für sehr dünne Schichten gelten verschiedene einfache Beziehungen (nach WOLTER [11]):

$$n_0(1 - G - T)/T = 4\pi n k d v = n_4(1 - L - T)/T. \quad (2)$$

Bei der Prüfung der Identität: $n_0 \cdot (1 - G - T)/T = n_4 \cdot (1 - L - T)/T = 0$ mit den Gln. (1) erhält man Über-

einstimmung bis auf Glieder dritter Ordnung der Argumente:

$$\left. \begin{aligned} n_0(1 - G - T)/T - n_4(1 - L - T)/T \\ = - \frac{n_4 - n_0}{2(n^2 + k^2)} \left\{ 2[(\mathfrak{C} - 1)n^2 + (c - 1)k^2] + \right. \\ \left. + (n_4 + n_0)[\mathfrak{S}n - sk] \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Es fallen bei der Entwicklung der Funktionen $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{S}$, c , s nach ihren Argumenten $4\pi k d v$ bzw. $4\pi n d v$ alle linearen und quadratischen Glieder fort. Eine Abschätzung dieses Ausdrucks (3), die sich auf alle möglichen Werte von n , k und d bezieht, gibt eine Nebenbedingung für L , G und T :

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_4 - n_0}{2(n^2 + k^2)} \left\{ 2[(\mathfrak{C} - 1)n^2 + (c - 1)k^2] + \right. \\ \left. + (n_4 + n_0)[\mathfrak{S}n - sk] \right\} \geq 0 \quad \text{für } n_4 > n_0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Das Gleichheitszeichen ist zu setzen bei verschwindendem $n k d v$. Somit müssen L , G , T allgemein der Bedingung genügen:

$$n_0 \cdot (1 - G - T)/T - n_4 \cdot (1 - L - T)/T \leq 0 \quad (n_4 > n_0). \quad (5)$$

Die Abschätzung bekommt Bedeutung in dem Bereich, in dem $n k d v$ sehr klein wird. Will man nämlich aus den Meßgrößen R_L , R_G und D die Konstanten n , k und d ausrechnen, so ist jede Kombination aus R_L , R_G und D von vornherein zu verwerfen, für die die Abschätzung wegen der Meßungenauigkeiten nicht erfüllt ist.

4. Doppelschichten

Bei sehr kleiner Schichtdicke der Metallschicht kann nur das Produkt $n k d v$ bestimmt werden. Ausagen, die noch weiter gehen, kann man machen, wenn die Metallschicht nicht direkt auf einen Glasträger gedampft wird, sondern wenn dazwischen noch eine interferenzfähige dielektrische Schicht liegt. Die Formeln werden natürlich entsprechend komplizierter. Man gewinnt sie z.B. nach einer Methode, die von SCANDONE [13] für nicht absorbierende Schichten angegeben wurde und erhält:

$$\left. \begin{aligned} L &= Z_L/N; & G &= Z_G/N; & T &= Z_D/N \\ \left. \begin{aligned} \frac{Z_L}{N} \right\} &= \left\{ \begin{aligned} &+ \\ &+(n^2+k^2+n_0^2) \left[\begin{aligned} &+ + + - \\ &+\alpha - \beta + \gamma + \delta \end{aligned} \right] \\ &+ \end{aligned} \right\} \\ &- 2n n_0 \left[\begin{aligned} &+ + + - \\ &-\varepsilon + \zeta - \eta - \vartheta \end{aligned} \right] - (n^2 + k^2 - n_0^2) \times \\ &+ \left[\begin{aligned} &+ + + - \\ &+ \iota + \kappa + \lambda + \mu \end{aligned} \right] - 2k n_0 \left[\begin{aligned} &+ + + + \\ &- \nu + \xi - \sigma + \tau \end{aligned} \right] \\ &+ \left[\begin{aligned} &+ + + - \\ &+ \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} \quad (6) \\ Z_D &= 16n n_2^2 n_4 (n^2 + k^2). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= (n^2 + k^2 + n_2^2)(n_2^2 + n_4^2) \mathfrak{C}; & \beta &= 4n n_2^2 n_4 \mathfrak{S}; \\ \gamma &= (n^2 + k^2 - n_2^2)(n_2^2 - n_4^2) c_2 \mathfrak{C}; & \delta &= 2k n_2 (n_2^2 - n_4^2) s_2 \mathfrak{S}; \\ \varepsilon &= (n^2 + k^2 + n_2^2)(n_2^2 + n_4^2) \mathfrak{S}; & \zeta &= 4n n_2^2 n_4 \mathfrak{C}; \\ \eta &= (n^2 + k^2 - n_2^2)(n_2^2 - n_4^2) c_2 \mathfrak{S}; & \vartheta &= 2k n_2 (n_2^2 - n_4^2) s_2 \mathfrak{S}; \\ \iota &= (n^2 + k^2 - n_2^2)(n_2^2 + n_4^2) c; & \kappa &= 4k n_2^2 n_4 s; \\ \lambda &= (n^2 + k^2 + n_2^2)(n_2^2 - n_4^2) c_2 c; & \mu &= 2n n_2 (n_2^2 - n_4^2) s_2 s; \\ \nu &= (n^2 + k^2 - n_2^2)(n_2^2 + n_4^2) s; & \xi &= 4k n_2^2 n_4 c; \\ o &= (n^2 + k^2 + n_2^2)(n_2^2 - n_4^2) c_2 s; & \tau &= 2n n_2 (n_2^2 - n_4^2) s_2 c. \end{aligned}$$

Eine Verwechslung von ν mit der Wellenzahl ist hier wohl nicht zu befürchten; entsprechendes gilt für λ und o . Die Formeln gehen über in die von der einzelnen Schicht (1), wenn man $4\pi n_2 d_2 \nu = 0$ setzt. Falls die optische Dicke der Metallschicht klein ist, kann nach den Argumenten von $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{S}$, c , s entwickelt und nach dem ersten Glied abgebrochen werden. Dann ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} Z_L \\ Z_G \\ N \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} &+ \\ &+(n_0^2 + n_2^2)(n_2^2 + n_4^2) \\ &+ \\ &+ \begin{aligned} &+ \\ &-(n_0^2 - n_2^2)(n_2^2 - n_4^2) c_2 - 4n_0 n_2^2 n_4 \\ &+ \end{aligned} \\ &- \\ &+ 2 \cdot 4\pi n k d \nu \left\{ \begin{aligned} &+ \\ &+(n_0^2 + n_2^2) + n_0(n_2^2 - n_4^2) c_2 \\ &+ \end{aligned} \right\} \\ &- \\ &- 2n_2^2 n_4 \left\{ \begin{aligned} &+ \\ &- 4\pi d \nu (n^2 - k^2 - n_0^2) n_2 (n_2^2 - n_4^2) s_2 \\ &+ \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$Z_D = 8n_0 n_2^2 n_4.$$

Der Einfluß der Reflexion an der Fläche Glas-Dielektrikum mit der dazugehörigen Phasenverschiebung bedingt ein zweites von n , k und d abhängiges Glied. Somit ist bei dünner Schicht auch die Kombination $d\nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2)$ bestimmbar. Die beiden Variablenkombinationen $n k d \nu$ und $d\nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2)$ gewinnt man aus Beziehungen, die denen bei der Einfachschicht entsprechen:

$$n_0 \frac{1-G-T}{T} = 4\pi n k d \nu + \frac{(n_2^2 - n_4^2) s_2}{4n_2 n_4} \cdot 4\pi d \nu (n^2 - k^2 - n_0^2),$$

$$\frac{2n_2^2 n_4}{(n_2^2 + n_4^2) + (n_2^2 - n_4^2) c_2} \cdot \frac{1-L-T}{T} = 4\pi n k d \nu.$$

Die Identität (2) für die Einfachschicht ist jetzt natürlich nur erfüllbar, wenn $s_2 = 0$ oder $n_2 = n_4$, also wenn die Zwischenschicht den gleichen Brechungsindex hat wie der Glasträger. Für das System: sehr dünne Metallschicht-Dielektrikum-Glas gilt ganz allgemein:

$$n_0 \cdot \frac{1-G-T}{T} - \frac{4n_2^2 n_4}{(n_2^2 + n_4^2) + (n_2^2 - n_4^2) c_2} \cdot \frac{1-L-T}{T} = \frac{(n_2^2 - n_4^2) s_2}{4n_2 n_4} \cdot 4\pi d \nu (n^2 - k^2 - n_0^2).$$

Das Auftreten des Gliedes mit $d\nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2)$, das bei der Einfachschicht verschwindet, ist nicht verwunderlich. Die dielektrische Polarisation der Metallschicht setzt sich ja doch aus den beiden Anteilen $4\pi d \nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2)$ und $4\pi n k d \nu$ zusammen (siehe z. B. [5]).

Während man bei den Intensitätsmessungen an einer dünnen Einfachschicht nur den imaginären Anteil der Polarisation messen kann, ist bei der Doppelschicht auch der reelle Anteil der Messung zugänglich. Damit dürften bei sehr dünnen Schichten und senkrechtem Lichteinfall die Möglichkeiten der Messung von Variablenkombinationen der Größen n , k und d erschöpft sein. Es ist nicht zu erwarten, daß durch Einführung weiterer bekannter Schichten in das System ein Gewinn an neuen Kombinationen zu erzielen ist. Höchstens der Fehlereinfluß auf die genannten

Kombinationen könnte unter Umständen vermindert werden.

V. Die Reflexion R_F des Filters

1. Die allgemeine Filtergleichung

Für das Filter findet man nach längerer unhandlicher Rechnung einen allgemeinen Ausdruck bei senkrechter Reflexion auf die gleiche Weise wie bei der Einfach- oder Doppelschicht und erhält den folgenden recht unübersichtlichen Ausdruck:

$$\left. \begin{aligned} R_F \\ Z_F \\ N_F \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} &\frac{Z_F}{N_F} \\ &\left\{ \begin{aligned} &+ \\ &(n_3^2 + k_3^2 + n_2^2) \left[\begin{aligned} &+ \quad - \quad - \quad - \\ &\alpha \quad \beta \quad \gamma \quad \delta \end{aligned} \right] \\ &+ \end{aligned} \right\} \\ &+ 2n_2 n_3 \left[\begin{aligned} &+ \quad - \quad + \quad - \\ &\varepsilon \quad \zeta \quad \eta \quad \vartheta \end{aligned} \right] - \chi \left[\begin{aligned} &+ \quad - \quad - \quad - \\ &\iota \quad \kappa \quad \lambda \quad \mu \end{aligned} \right] \\ &+ \end{aligned} \right\} \quad (8)^1 \\ &+ \left[\begin{aligned} &+ \quad - \quad - \quad + \\ &\psi \quad \nu \quad \xi \quad o \quad \tau \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\}.$$

$$\begin{aligned} \alpha &= (n^2 + k^2 + n_0^2)(n^2 + k^2 + n_2^2) \mathfrak{C}; & \beta &= 2n n_0 (n^2 + k^2 + n_2^2) \mathfrak{S}; \\ \gamma &= (n^2 + k^2 - n_0^2)(n^2 + k^2 - n_2^2) c; & \delta &= 2k n_0 (n^2 + k^2 - n_2^2) s; \\ \varepsilon &= (n^2 + k^2 + n_0^2) 2n n_2 \mathfrak{S}; & \zeta &= 4n^2 n_0 n_2 \mathfrak{C}; \\ \eta &= (n^2 + k^2 - n_0^2) 2k n_2 s; & \vartheta &= 4k^2 n_0 n_2 c; \\ \iota &= (n^2 + k^2 + n_0^2)(n^2 + k^2 - n_2^2) \mathfrak{C}; & \kappa &= 2n n_0 (n^2 + k^2 - n_2^2) \mathfrak{S}; \\ \lambda &= (n^2 + k^2 - n_0^2)(n^2 + k^2 + n_2^2) c; & \mu &= 2k n_0 (n^2 + k^2 + n_2^2) s; \\ \nu &= (n^2 + k^2 + n_0^2) 2k n_2 \mathfrak{S}; & \xi &= 4n k n_0 n_2 \mathfrak{C}; \\ o &= (n^2 + k^2 - n_0^2) 2n n_2 s; & \tau &= 4n k n_0 n_2 c; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \chi &= (n_3^2 + k_3^2 - n_2^2) c_2 - 2k_3 n_2 s_2; \\ \psi &= (n_3^2 + k_3^2 - n_2^2) s_2 + 2k_3 n_2 c_2. \end{aligned}$$

Bei optisch sehr dünner metallischer Deckschicht verspricht die Entwicklung der Funktionen $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{S}$, c und s wieder eine große Vereinfachung, da in diesem Fall nach dem ersten Glied abgebrochen werden kann (erste Näherung).

Hier und im folgenden wird gesetzt: $A = 4\pi n k d \nu$; $B = 4\pi d \nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2)$:

$$R_F = \left\{ \begin{aligned} &\frac{(n_3^2 + n_0^2)(n_3^2 + k_3^2 + n_2^2) - 4n_0 n_2^2 n_3 + (n_2^2 - n_0^2) \chi +}{(n_3^2 + n_0^2)(n_3^2 + k_3^2 + n_2^2) + 4n_0 n_2^2 n_3 + (n_2^2 - n_0^2) \chi +} \\ &+ A \{ 4n_2^2 n_3 + 2n_0 \chi - 2n_0 (n_3^2 + k_3^2 + n_2^2) \} - B n_2 \psi \\ &+ A \{ 4n_2^2 n_3 - 2n_0 \chi + 2n_0 (n_3^2 + k_3^2 + n_2^2) \} - B n_2 \psi \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Diese Formel kann etwas übersichtlicher gemacht werden, indem man setzt:

$$(n_2 - n_0)^2 / (n_2 + n_0)^2 = R_{02}; \quad \sqrt{R_{02}} = r_{02};$$

$$[(n_3 - n_2)^2 + k_3^2] / [(n_3 + n_2)^2 + k_3^2] = R_{23}; \quad \sqrt{R_{23}} = r_{23};$$

$$\varphi = 4\pi n_2 d_2 \nu - \varphi_{23}.$$

φ_{23} = Phasenwinkel bei der Reflexion am Spiegel.

Dann wird

$$R_F = \left\{ \begin{aligned} &\frac{(n_2 + n_0) [R_{02} + R_{23} + 2r_{02} r_{23} \cos \varphi] +}{(n_2 + n_0) [1 + R_{02} R_{23} + 2r_{02} r_{23} \cos \varphi] +} \\ &+ 2A [r_{02} - R_{23} + (1 - r_{02}) r_{23} \cos \varphi] - B(1 + r_{02}) r_{23} \sin \varphi \\ &+ 2A [1 - r_{02} R_{23} - (1 - r_{02}) r_{23} \cos \varphi] - B(1 + r_{02}) r_{23} \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (9a)$$

¹ Alle Größen α bis τ müßten zur Unterscheidung von den entsprechenden Größen bei der Doppelschicht (Abschn. IV, 4) gekennzeichnet werden. Weil keine Verwechslung zu befürchten ist, wurden die gleichen Buchstaben α bis τ verwendet.

Der Vergleich der entsprechenden Formel (7) für die Doppelschicht ergibt Übereinstimmung für $k_3 = 0$. Es besteht wiederum Abhängigkeit von den beiden Variablenkombinationen A und B .

2. Die „Nullbedingung“

Von besonderem Interesse sind die Nullstellen der Funktion R_F . Aus der ersten Näherung für R_F , (9), ergibt sich für diese Nullstellen die Gleichung einer Geraden in der A, B -Ebene:

$$\left. \begin{aligned} 2A [n_0(n_3^2 + k_3^2 + n_2^2) - 2n_2^2 n_3 - n_0 \chi] + B n_2 \psi \\ = (n_2^2 + n_0^2)(n_3^2 + k_3^2 + n_2^2) - 4n_0 n_2^2 n_3 + (n_2^2 - n_0^2) \chi \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Ein geometrischer Ort für A und B an einer Nullstelle ist somit gefunden. Um nun einen zweiten geometrischen Ort dafür zu erhalten, wo das Filter tatsächlich die Reflexion 0 im Minimum erreicht, setzt man $dR_F/dd_2 = 0$. Das ergibt $dR_F/dd_2 = (Z'_F N_F - N'_F Z_F)/N_F^2$. In den Z'_F und N'_F können nur die Glieder von 0 verschieden sein, die den Faktor χ oder ψ enthalten. Wegen $d\chi/dd_2 = -\psi$ und $d\psi/dd_2 = \chi$ ergibt sich:

$$Z'_F N_F - N'_F Z_F = N_F [\psi(\iota - \kappa - \lambda - \mu) + \chi(v - \xi - o + \tau)] - Z_F [\psi(\iota + \kappa - \lambda + \mu) + \chi(v + \xi - o - \tau)] = 0.$$

Weil natürlich außerdem $R_F = 0$, also $Z_F = 0$ sein soll, folgt daraus:

$$\psi(\iota - \kappa - \lambda - \mu) + \chi(v - \xi - o + \tau) = 0, \quad (11)$$

denn N_F ist sicher von Null verschieden. χ und ψ können nicht gleichzeitig Null werden. Somit kann durch eines von beiden dividiert werden, z. B.:

$$\frac{\psi}{\chi} = \frac{(n_3^2 + k_3^2 - n_2^2)s_2 + 2k_3 n_2 c_2}{(n_3^2 + k_3^2 - n_2^2)c_2 - 2k_3 n_2 s_2} = \frac{t_2 + 2k_3 n_2/(n_3^2 + k_3^2 - n_2^2)}{1 - t_2 \cdot 2k_3 n_2/(n_3^2 + k_3^2 - n_2^2)}$$

mit $t_2 = \text{tg } 4\pi n_2 d_2 v$. Der Ausdruck $-2k_3 n_2/(n_3^2 + k_3^2 - n_2^2) = t_{23}$ ist aber der Tangens des Phasensprunges φ_{23} bei der Reflexion an der Grenzfläche Dielektrikum-Spiegel. Somit wird also mit Hilfe von (11)

$$\begin{aligned} \psi/\chi &= \text{tg}(4\pi n_2 d_2 v - \varphi_{23}) = \text{tg } \varphi \\ &= -(v - \xi - o + \tau)/(\iota - \kappa - \lambda - \mu). \end{aligned}$$

In der vor Gl. (9) definierten ersten Näherung ergibt sich jetzt:

$$\frac{\psi}{\chi} = \text{tg } \varphi = -n_2 \frac{B}{(n_2^2 - n_0^2) + 2n_0 A}. \quad (12)$$

Dieser Ausdruck (12) stellt wieder eine Gerade in A und B dar. Der Schnittpunkt der beiden Geraden (10) und (12) definiert nun diese beiden Variablenkombinationen an der Stelle $R_F = 0$:

$$\left. \begin{aligned} 4\pi n k d v \\ = \frac{4n_0 n_2^2 n_3 \chi - (n_2^2 + n_0^2)(n_3^2 + k_3^2 + n_2^2) \chi - (n_2^2 - n_0^2)(\chi^2 + \psi^2)}{2[2n_2^2 n_3 \chi - n_0(n_3^2 + k_3^2 + n_2^2) \chi + n_0(\chi^2 + \psi^2)]} \\ 4\pi d v (n^2 - k^2 - n_0^2) \\ = -2n_2 \frac{[n_0(n_3^2 + k_3^2 + n_2^2) - n_3(n_2^2 + n_0^2)] \psi}{2n_2^2 n_3 \chi - n_0(n_3^2 + k_3^2 + n_2^2) \chi + n_0(\chi^2 + \psi^2)}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

oder in anderer Schreibweise

$$\left. \begin{aligned} 4\pi n k d v &= -\frac{n_2 + n_0}{2} \cdot \frac{2r_{02} r_{23} + (R_{02} + R_{23}) \cos \varphi}{(1 - r_{02}) r_{23} + (r_{02} - R_{23}) \cos \varphi} \\ 4\pi d v \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2) &= (n_2 + n_0) \frac{(R_{23} - R_{02}) \sin \varphi}{(1 - r_{02}) r_{23} + (r_{02} - R_{23}) \cos \varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (13a)$$

Damit die Reflexion des Filters überhaupt Null werden kann, müssen die Konstanten n und k der dünnen Metallschicht einer Bedingung genügen, die man durch Division der beiden Gln. (13a) erhält. Es ergibt sich die Kegelschnittschar:

$$\frac{nk}{n^2 - k^2 - n_0^2} = \frac{2r_{02} r_{23} + (R_{02} + R_{23}) \cos \varphi}{2(R_{02} - R_{23}) \sin \varphi}. \quad (14)$$

Ferner muß aus (13a) geschlossen werden, daß die Minima der spektralen Reflexionskurve im allgemeinen an Stellen liegen müssen, an denen für die Phase gilt $\varphi = 4\pi n_2 d_2 v - \varphi_{23} \pm (2m + 1)\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$). Die vielfach allein angenommene Phasenbedingung $\varphi = (2m + 1)\pi$ für die Nullstellen der Reflexion ist nur ein Sonderfall, der dann eintritt, wenn $n^2 = k^2 + n_0^2$ [nach Gl. (12)]. Höchstens im fernen Ultraroten, wo die Drudesche Bedingung $n = k$, beide sehr groß, möglicherweise erfüllt ist, kann man n_0^2 gegen n^2 und k^2 vernachlässigen und mit der Gültigkeit der Phasenbedingung $\varphi = (2m + 1)\pi$ rechnen, denn in diesem Fall kann in Gl. (9) und (9a) $B = 4\pi d v \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2) \approx -4\pi d v \cdot n_0^2$ gegen $A = 4\pi n k d v$ vernachlässigt werden. Nach HADLEY und DENNISON ist dort die Nullbedingung des Filters entsprechend nur von A abhängig, also von $4\pi n k d v = f = 377/w$, wo $w[\Omega/\square]$ den Flächenwiderstand der dünnen Deckschicht bedeutet. Im nahen Ultraroten und im Sichtbaren macht sich entsprechend nicht nur der imaginäre Anteil der Polarisierung der dünnen Schicht bemerkbar, sondern auch der reelle Anteil (vgl. [5]).

Setzt man

$$n^2 = \frac{(1 + \sigma^2/\omega^2 \varepsilon^2)^{1/2} + 1}{2\varepsilon_0/\varepsilon} \quad \text{und} \quad k^2 = \frac{(1 + \sigma^2/\omega^2 \varepsilon^2)^{1/2} - 1}{2\varepsilon_0/\varepsilon}$$

(Gln. (1) und (2) in der Arbeit von HADLEY und DENNISON [1]), so erhält man hieraus

$$n \cdot k = \sigma/2\omega \varepsilon_0 \quad \text{und} \quad n^2 - k^2 - n_0^2 = (\varepsilon - \varepsilon_0)/\varepsilon_0. \quad (15)$$

Hierin bedeuten: ε_0 die absolute Dielektrizitätskonstante des Mediums 0 (Luft); $\varepsilon - i\sigma/\omega$ die komplexe absolute Dielektrizitätskonstante des Schichtmetalls; σ ist die Leitfähigkeit des Metalls und ω die Kreisfrequenz der einfallenden Strahlung.

Es muß darauf hingewiesen werden, daß hier $n^2 > k^2$ sein muß, eine Bedingung, die bei vielen Metallen nicht erfüllt ist (vgl. z. B. [20]). In diesen Fällen versagt also die Maxwellsche Theorie. Die allgemeine Gültigkeit der 377Ω -Bedingung ist hiermit von vornherein in Frage gestellt. Für $v \rightarrow 0$, d. h. im fernen UR, geht nach der Maxwellschen Theorie $n^2 \rightarrow k^2$. Dies entspricht der „Drudeschen Bedingung“.

3. Das Filtermaximum und der spektrale Verlauf der Reflexionskurven

Zur Bestimmung der Reflexion des Filters im Maximum formt man den Ausdruck (9a) um:

$$\left. \begin{aligned} R_F &= \frac{(r_{23} + r_{02})^2 - 2r_{23} r_{02} (1 - \cos \varphi) +}{(1 + r_{23} r_{02})^2 - 2r_{23} r_{02} (1 - \cos \varphi) +} \\ &+ \frac{2A}{n_0 + n_2} [(1 - r_{23})(r_{23} + r_{02}) - r_{23}(1 - r_{02})(1 - \cos \varphi)] - \\ &+ \frac{2A}{n_0 + n_2} [(1 - r_{23})(1 + r_{23} r_{02}) + r_{23}(1 - r_{02})(1 - \cos \varphi)] - \\ &- \frac{B}{n_0 + n_2} r_{23}(1 + r_{02}) \sin \varphi \\ &- \frac{B}{n_0 + n_2} r_{23}(1 + r_{02}) \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (9b)$$

$(r_{23} + r_{02})^2 / (1 + r_{23} r_{02})^2 = Z_S^2 / N_S^2 = R_S$ ist die reflektierte Intensität des unbeschichteten Spiegels. Für $\cos \varphi = 1$ erhält man:

$$R_F = R_S \cdot \frac{1 + 2A(1 - r_{23}) / Z_S(n_0 + n_2)}{1 + 2A(1 - r_{23}) / N_S(n_0 + n_2)}. \quad (16)$$

Hier ist also $R_F > R_S$, weil $N_S > Z_S$. Die Reflexion des Filters im Maximum ist notwendig höher als die Reflexion der unbeschichteten Unterlage [3]. Im allgemeinen gilt allerdings auch für das Maximum nicht die Phasenbedingung $\varphi = 2m\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$). Differenziert man R_F nach d_2 und setzt $dR_F/d d_2 = 0$, so erhält man:

$$\operatorname{tg}(4\pi n_2 d_2 \nu - \varphi_{23}) = - \frac{n_2 \cdot B}{(n_2^2 - n_0^2) + 2n_0 A} \cdot \frac{1 + R_F}{1 - R_F}. \quad (12a)$$

Wegen $R_F = 1 - \delta$, $\delta \ll 1$, ergibt sich die Näherung:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_{\max} &= -\delta n_2 \frac{n^2 - k^2 - n_0^2}{4n_0 n k} & \text{falls } \delta \ll 4\pi n k d \nu; \\ \operatorname{tg} \varphi_{\max} &= -n_2 \frac{4\pi d \nu (n^2 - k^2 - n_0^2)}{(n_2^2 - n_0^2) + 4n_0} & \text{falls } \delta \approx 4\pi n k d \nu. \end{aligned}$$

$\varphi_{\max}$ ist die Phase im Maximum der Reflexionskurve. Jedenfalls gilt, wie man aus (12a) erkennen kann:

$$0 \leq |\operatorname{tg} \varphi_{\max}| \leq \left| \frac{n_2}{n_2^2 - n_0^2} \cdot 4\pi d \nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2) \right|. \quad (17)$$

Das Gleichheitszeichen kann nur dann gesetzt werden, wenn $n^2 = k^2 + n_0^2$ oder $d = 0$.

Die Abschätzung der Phase am Ort der Extremwerte kann dazu dienen, die Form der Kurve genauer abzuschätzen [22]. Dabei müssen allerdings Fallunterscheidungen gemacht werden, je nachdem ob B kleiner oder größer als 0 ist (A und B seien konstant).

Ist $B = 4\pi d \nu \cdot (n_2^2 - k^2 - n_0^2) < 0$, so wird $\operatorname{tg} \varphi > 0$; nach (12a) ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_{\max} = \frac{n_2 |B|}{n_2^2 - n_0^2 + \frac{2}{\delta} \cdot 2n_0 A}. \quad (17a)$$

Und für $R_F = 0$ erhält man den Tangens der Phase im Minimum der Reflexionskurve:

$$\operatorname{tg} \varphi_{\min} = \frac{n_2 |B|}{n_2^2 - n_0^2 + 2n_0 A_0}. \quad (17b)$$

Es ist $\operatorname{tg} \varphi_{\min} > \operatorname{tg} \varphi_{\max}$, weil δ nur wenig größer als 0 ist. $\operatorname{tg} \varphi_{\max}$ ist wegen der Kleinheit von δ nach Gl. (17a) wenig größer als 0. Daraus folgt, daß $\cos \varphi_{\max}$ in der Nähe von +1 oder -1 liegt. Die Entscheidung darüber, daß das positive Vorzeichen hier gilt, liefert die Phasenbedingung $\cos \varphi = +1$ für Gl. (16). $\varphi_{\min}$ dagegen muß nach dieser Abschätzung im 3. Quadranten des Einheitskreises liegen. Dieses kann man einsehen, wenn man in den Gln. (17a, b) die Größe $B \rightarrow 0$ wandern läßt. Es gehen zwar $\operatorname{tg} \varphi_{\max}$ und $\operatorname{tg} \varphi_{\min}$ gegen 0, aber da $\cos \varphi_{\min} \neq \cos \varphi_{\max}$ sein muß, folgt $\cos \varphi_{\min} < 0$. Es ergibt sich also ein asymmetrischer Kurvenverlauf für die Reflexion in Abhängigkeit von der Phase.

Ist $B > 0$, so ist nach (12a) $\operatorname{tg} \varphi_{\max} > \operatorname{tg} \varphi_{\min}$. Die Verhältnisse kehren sich also um (vgl. hierzu Abb. 3 und 4).

Die recht komplizierte Diskussion der vollständigen Formeln für den allgemeinen Fall (keine Vernachlässigungen) möge hier unterbleiben. Es wird nur darauf

hingewiesen, daß dann die Tangenten der Phasen im Minimum und Maximum einer Interferenzordnung auch verschiedene Vorzeichen haben können, d. h. daß die Phasenabstände im allgemeinen Fall auch näher zusammenrücken können als $\pi/2$.

VI. Das Rechenverfahren zur Bestimmung von n, k und d der dünnen Metallschicht

Gegeben sei die Vektorfunktion $\varrho(x)$, die im Inneren ihres Definitionsgebiets regulär ist, mit $\varrho = (L(x), G(x), T(x))$ als Funktion von $x = (n, k, d)$. Derjenige Variablenvektor x ist gesucht, für den $\varrho(x) = R = (R_L, R_G, R_D)$. Es ist also nach Gl. (1) bzw. (6) in dem hier vorliegenden Rechenproblem ein transzendentes Gleichungssystem mit drei Variablen aufzulösen. Diese Aufgabe soll mit Hilfe einer numerischen Methode gelöst werden. Das Verfahren von NEWTON verspricht den schnellsten Erfolg, weil es für die Maschinenrechnung am ehesten geeignet erscheint.

Sei $x^0 = (n^0, k^0, d^0)$ ein nullter Näherungswert, für den $\varrho(x^0) - R = \Delta$. Die Aufgabe ist gelöst, wenn es gelingt, durch Iteration eine Folge von x^i anzugeben, für die $\Delta \rightarrow 0$ strebt, falls $i \rightarrow \infty$ geht. Man findet eine solche Folge, indem man die Vektorfunktion $\varrho(x)$ an der Stelle x^i in ein Potenzreihensystem entwickelt und nach dem ersten Glied abbricht. Es ergibt sich:

$$\varrho(x^i) + \varrho_x(x^i) \cdot (x - x^i) = R. \quad (18)$$

Unter $\varrho_x(x^i)$ ist dabei die Funktionalmatrix von $\varrho(x)$ an der Stelle x^i zu verstehen. Der Ausdruck (18) stellt ein inhomogenes lineares Gleichungssystem mit dem Unbekanntenvektor x dar. Das Gleichungssystem ist dann und nur dann eindeutig auflösbar nach x , wenn $\operatorname{Det}(\varrho_x(x^i)) \neq 0$. Im Regularitätsgebiet des Vektors ϱ , das ist der Bereich, in dem die Funktionen L, G und T bei positiven n, k, d linear unabhängig sind, ist diese Voraussetzung stets erfüllt. Somit existiert auch die zu ϱ_x inverse Matrix ϱ_x^{-1} und die Lösung des Gleichungssystems kann in der folgenden Form angeschrieben werden:

$$x = x^{i+1} = x^i + \varrho_x^{-1}(x^i) \cdot [R - \varrho(x^i)]. \quad (19)$$

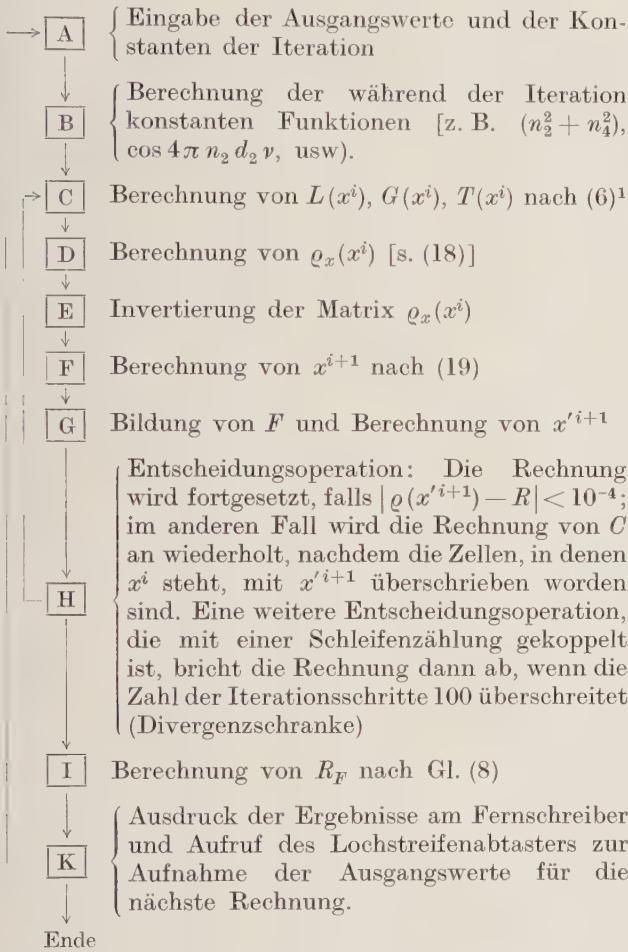
Durch Iteration des Verfahrens kann eine Lösung der Gleichung $R - \varrho(x) = 0$ immer dann gefunden werden, wenn $\varrho_x^{-1}(x^i) \cdot [R - \varrho(x^i)]$ für $i \rightarrow \infty$ gegen den Nullvektor konvergiert. Im Inneren des Definitionsbereiches ist sicher ϱ_x^{-1} von 0 verschieden, weil die Funktion ϱ hier regulär ist. Die Singularitäten liegen auf dem Rand des Gebietes. Im Innern dieses Gebietes ist somit in einer hinreichend kleinen Umgebung von x die Konvergenz des Verfahrens wegen der Stetigkeit von $\varrho(x)$ sicher gegeben und die eindeutige Lösung der Ausgangsgleichung gefunden (vgl. [15], [16]).

Für die praktische Rechnung ist dieses Verfahren bei dem vorliegenden Problem nicht immer günstig, weil sich über die Umgebung, in der die Iteration konvergiert, nur sehr ungenaue Aussagen machen lassen. Bei Wahl irgend eines Vektors x^0 als nullte Näherung bekommt man infolge dessen nur selten, Konvergenz. Man kann jedoch durch einen geeigneten Zahlenfaktor F die Schrittweite $(x^{i+1} - x^i)$ so begrenzen, daß für $\varrho(x)$ nie singuläre Flächen der Funktionen L, G, T überschritten werden. Dies wird z. B. erreicht mit: $F = 1/(1 + |x^{i+1} - x^i|)$ in folgender Weise:

$(x^{(i+1)} - x^i) = F \cdot (x^{i+1} - x^i)$. Die Iteration wird an Stelle von x^{i+1} mit $x^{(i+1)}$ fortgesetzt. Durch den Faktor F tritt natürlich keine Beeinflussung der Konvergenzstelle ein, weil diese nach wie vor nur von dem Glied $\varrho_x^{-1}(x^i) \cdot [R - \varrho(x^i)]$ abhängt.

VII. Der Rechengang

Abgesehen von einigen Nebenrechnungen wurde die Iterationsrechnung an der PERM, der Programmgesteuerten Elektronischen Rechenanlage der Technischen Hochschule München, nach folgendem Schema ausgeführt:



VIII. Die Vorbereitung der numerischen Rechnung

Die Berechnung von n , k und d geht aus von den Meßgrößen R_L , R_G und D und den Konstanten n_0 , n_4 und v . Der Vektor $R = (R_L, R_G, D)$ ist aber nicht direkt aus den Messungen zu entnehmen. Weil die Schichten auf einen Träger gedampft sind, muß die Reflexion des Trägerglases bei R_G und D berücksichtigt werden. Die wahren R_G und D sind größer als die gemessenen R'_G und D' . Bei R'_G muß der zweimalige Reflexionsverlust beim Durchgang des Lichtes durch die Grenzfläche Luft-Glasträger korrigiert werden. Bei D' ist ein Reflexionsverlust zu berücksichtigen. In entsprechender Weise muß vor Beginn der eigentlichen Rechnung die Reflexion des Vergleichsspiegels [8], [9], [10], [23] korrigiert werden.

¹ Das Programm gestattet, die optischen Konstanten n , k und d auch aus einer Doppelschicht (IV, 4) zu errechnen.

Es ist zweckmäßig, vor Beginn der Rechnung zu überlegen, in welchen Bereichen das Rechenverfahren sicher konvergiert, bzw. wo es sicher divergiert. Für n , k und d ist zu fordern: $(n, k, d) > 0$ und für L, G, T : $0 < (L, G, T) < 1$ mit der Nebenbedingung $G < L < 1 - T$. Das gleiche gilt für $R = (R_L, R_G, D)$. Aus der Definition (1) bzw. (6) der Funktionen L, G, T ergibt sich eine eindeutige Abhängigkeit der L, G, T von n, k, d im Inneren des Definitionsgebietes der Funktionen. Gleichbedeutend mit der Frage nach der Konvergenz und Divergenz ist die Frage nach der Umkehrbarkeit der Funktionen L, G und T im gesamten Definitionsgebiet. In Abschn. VI wurde bereits darauf hingewiesen, daß die Lösung, falls sie existiert, eindeutig ist. Es entsteht also die Frage, auf welches (R_L, R_G, D) -Gebiet ein (n, k, d) -Gebiet mittels der Funktionen (L, G, T) abgebildet wird. Im Inneren des (n, k, d) -Gebietes ist (L, G, T) stetig und differenzierbar. Die kritischen Stellen sind also lediglich auf dem Rand des einfach zusammenhängenden Gebietes zu suchen. Man findet sie, wenn man die Variablen gegen 0 gehen läßt. In einer Umgebung der singulären Stellen gelten die Wolterschen Identitäten [Gl. (5) mit Gleichheitszeichen]. Die Funktionen L, G und T werden untereinander linear abhängig. Bei der Rechnung führt dies dazu, daß dann die Determinante der Funktionalmatrix verschwindet. Die inverse Matrix kann nicht berechnet werden. Der Bereich, in dem also (n, k, d) aus einem Zahlentripel (R_L, R_G, D) tatsächlich berechnet werden kann, verengt sich auf das Gebiet, in dem die Wolterschen Identitäten nicht gelten, in dem die Abschätzung (5) mit dem $<$ Zeichen erfüllt ist. Das Gleichheitszeichen oder gar das $>$ Zeichen liefern sicher Divergenz des Verfahrens. Eine weitere Aussage in dieser Weise erhält man, wenn man den Ausdruck $(L + G)/T$ bildet. Nach (1) ergibt sich nämlich:

$$\frac{L+G}{T} = \frac{1}{4n_0n_4(n^2+k^2)} \left\{ [(n^2+k^2)^2 + n_0^2n_4^2] (\zeta - c) + (n^2+k^2)(n_4^2+n_0^2)(\zeta + c) - 4n_0n_4(n^2\zeta + k^2c) \right\} \quad (20)$$

In dem Grenzfall, in dem d oder n und k gegen 0 gehen, erhält man: $(L + G)/T = (n_4 - n_0)^2 / 2n_0n_4$ und die weitere Bedingung dafür, daß $\varrho(x) - R = 0$ lösbar ist, lautet:

$$\frac{R_L + R_G}{D} > \frac{(n_4 - n_0)^2}{2n_0n_4} - \frac{2R_{04}}{D_{04}} \quad (21)$$

Somit sind alle Grenzbedingungen gefunden. Denn alle Möglichkeiten des Nullwerdens von n , k , d sind mit den genannten Fällen beschrieben. Es ist somit ein Gebiet abgegrenzt, in dem das Iterationsverfahren, wie es in Abschn. VI beschrieben wurde, zum Erfolg führt.

IX. Die errechneten optischen Konstanten der dünnen Goldschichten

Die folgenden Abb. 5 und 6 zeigen in einem Beispiel die gemessenen reflektierten und durchgelassenen Intensitäten der dünnen Goldschicht, aufgedampft auf Glas- bzw. Arsensulfid-Glasträger als Funktion der Wellenzahl bzw. der Wellenlänge (in μ). Als Ordinate ist das Verhältnis der reflektierten bzw. durchgelassenen Intensität zur eingestrahlten aufgetragen. (Die Korrekturen der Trägerreflexion und der Reflexion des Vergleichsspiegels sind berücksichtigt.) Daneben sind in den Abb. 5b und 6b die mit der PERM er-

rechneten optischen Konstanten n, k und d ebenfalls als Funktionen der Wellenzahl aufgetragen. Den

Schichtwiderständen $w [\Omega]$ und die Wägungsdicken d_w der Schichten (mit der Dichte des kompakten Goldes)

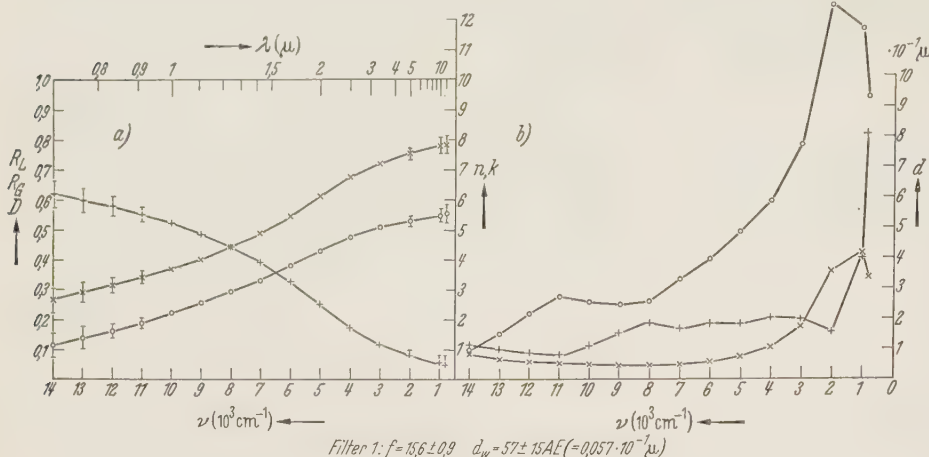


Abb. 5a

Abb. 5b

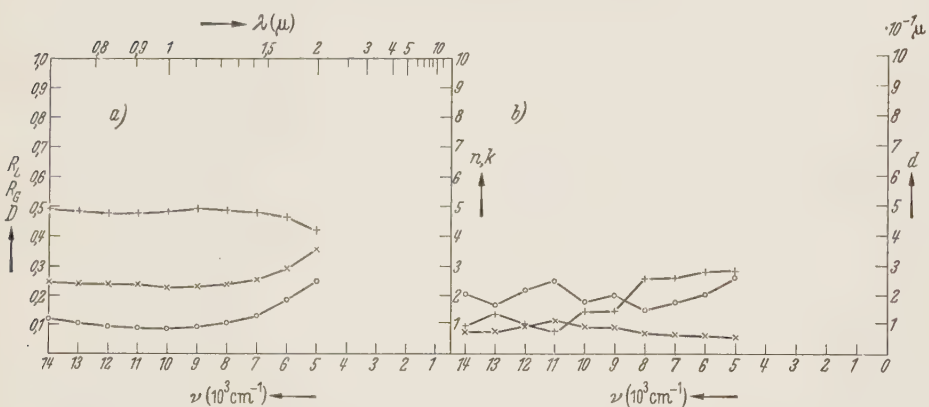


Abb. 6a

Abb. 6b

Abb. 5 und 6. Beispiel eines gemessenen spektralen Verlaufs der Reflexion und der Durchlässigkeit der dünnen Goldschicht. Abb. 5a: Träger As_2S_3 -Glas. Abb. 6a: Träger gewöhnliches Glas. $R_L \times$; $R_G \circ$; $D +$. Abb. 5b und 6b. Aus den gemessenen Reflexionen und Durchlässigkeiten der dünnen Goldschicht errechnete optische Konstanten: $n \times$; $k \circ$; $d +$. f Verhältnis von Wellenwiderstand des Vakuums zu Flächenwiderstand der Schicht; d_w Wägungsdicke der Schicht

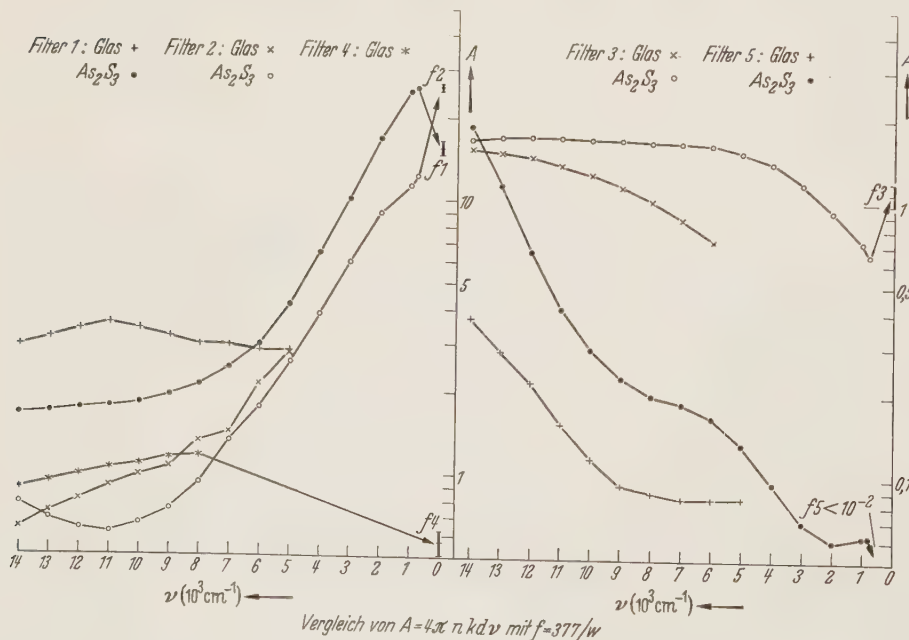


Abb. 7

Abb. 8

Beschriftungen sind die Verhältnisse f des Wellenwiderstandes des Vakuums 377Ω zu den gemessenen

die Grenzwerte nicht mit $377/w$ übereinstimmen. Man muß aber berücksichtigen, daß für die Ableitung der

zu entnehmen. In Abb. 5a und b sind die Fehlerbereiche der Messungen eingetragen. Es muß darauf hingewiesen werden, daß die Schichten unter genau gleichen Bedingungen während desselben Aufdampfprozesses hergestellt wurden. Trotzdem weichen die optischen Konstanten beträchtlich voneinander ab, und zwar unsystematisch. In diesen Ergebnissen sind in erster Linie die folgenden Punkte bemerkenswert:

a) Die aus den optischen Messungen errechneten Schichtdicken sind nicht konstant; sie sind Funktionen der Wellenzahl.

b) Brechungsindex und Absorptionsindex der Schichten sind in keinem Fall einander gleich, auch nicht im Wellenlängengebiet $\lambda > 10 \mu$.

c) Die errechnete Dicke und die Wägungsdicke stimmen nicht annähernd überein.

X. Das Produkt $A = 4\pi n k d \nu$

1. Vergleich zwischen Schichtkonstanten und Schichtwiderstand

In Abschn. V, 2 wurde bereits auf einen Zusammenhang hingewiesen, der zwischen A und dem Widerstand der Schicht bestehen soll. In der Näherung, die im Langwelligen auf Grund der Maxwell'schen Theorie gilt, ist $A = 4\pi n k d \nu = f = 377/w$. Die beiden Größen A und f wurden für die Schichten berechnet bzw. gemessen und sollen jetzt miteinander verglichen werden. Weil w den Gleichstromwiderstand der Schicht bedeutet, ist der Grenzwert von A für $\nu \rightarrow 0$ zu suchen. Die Abb. 7 und 8 geben diesen Zusammenhang. Es sind die errechneten Produkte $4\pi n k d \nu$ aufgetragen gegen die Wellenzahl ν . Am rechten Rand der beiden Abbildungen ist der gemessene Quotient $377/w$ eingetragen, der den Grenzwert von A für $\nu \rightarrow 0$ darstellen sollte. Man sieht aus dem Verlauf der Kurven, daß

Gleichheitsbeziehung $A = f = 377/w$ voraussetzen war $n = k$. Diese Voraussetzung ist aber auch bei dünnen Schichten im allgemeinen keineswegs erfüllt, wie man den Kurven des vorigen Abschnitts entnehmen kann. Offensichtlich erfüllen die Schichten nicht die drei Voraussetzungen von Abschn. IV, 3 und es ist zu vermuten, daß die Schichten entweder nicht

2. $n_4 \cdot (1 - R_L - D)/D$ und $n_0 \cdot (1 - R_G - D)/D$

In den Abb. 9–13 sind zum Vergleich $4\pi n k d \nu$, $n_4 \cdot (1 - R_L - D)/D$ und $n_0 \cdot (1 - R_G - D)/D$ aufgetragen. Für optisch sehr dünne Schichten sollten diese drei Ausdrücke nach (2) gleich sein. Diese Vermutung ist nur bedingt richtig. Denn wenn die Ausdrücke $n_4 \cdot (1 - R_L - D)/D$ und $n_0 \cdot (1 - R_G - D)/D$ gleich sind, so sind sie keineswegs auch gleich $4\pi n k d \nu$. In diesem Fall sind lediglich die optischen Konstanten n , k und d nicht mehr bestimmbar. Nach (3) erhält man die Beziehung:

$$2 \cdot [(\epsilon - 1)n^2 + (c - 1)k^2] + (n_4 + n_0)(\epsilon n - s k) = 0.$$

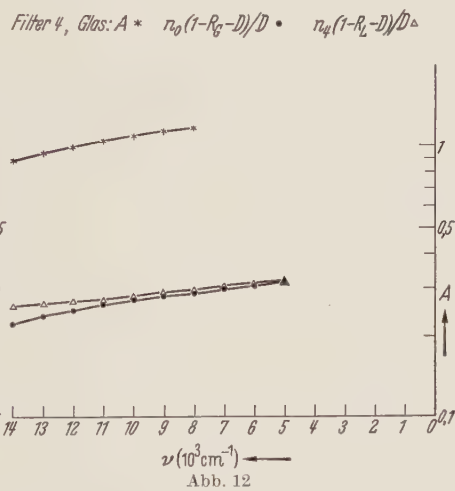
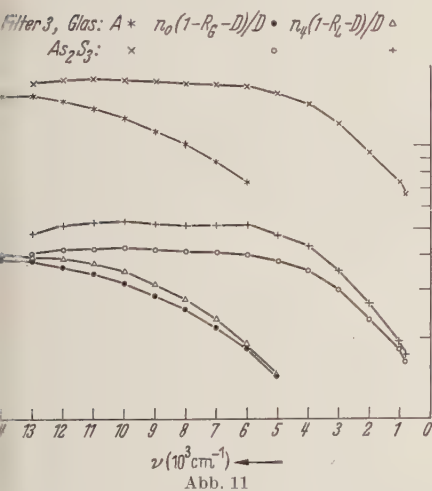
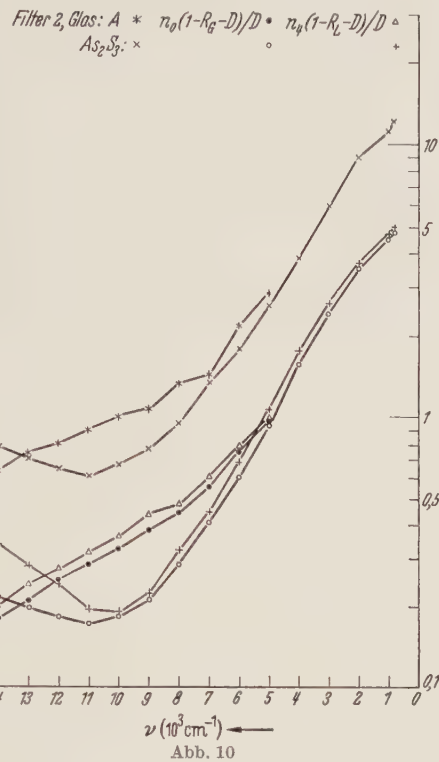
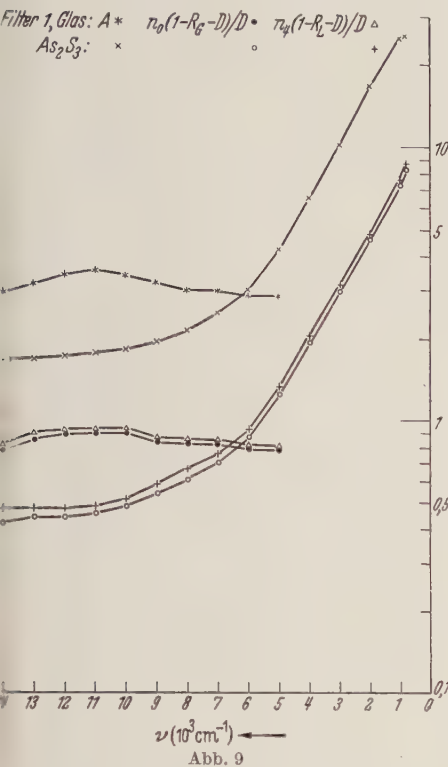


Abb. 9–13. Vergleich von $A = 4\pi n k d \nu$ mit $n_0(1 - R_G - D)/D$ und $n_4(1 - R_L - D)/D$

homogen und isotrop sind, oder daß keine definierten Grenzflächen zwischen den einzelnen Medien existieren, oder daß die Maxwellsche Theorie nicht gültig ist. Die Entscheidung darüber, welcher von den drei Fällen tatsächlich eintritt, kann auf Grund der hier angegebenen Untersuchungen nicht gefällt werden, weil dazu weitere Messungen in diesem Spektralgebiet, z.B. der Phase, notwendig wären. Auch auf das Produkt $4\pi n k d \nu$ wirkt sich der Einfluß der Unterlage aus, wie man durch Vergleich der Kurven für gleiche Schichten auf verschiedenen Trägern ohne weiteres erkennt (vgl. [17]).

Es verschwindet hier notwendig eine der drei Variablen n , k , d . Nur wenn in diesem Falle d verschwindet, gehen die beiden Ausdrücke gegen $4\pi n k d \nu$. Probe 5 fällt aus dem Rahmen der übrigen Kurven. Die starken Schwankungen sind aber nur auf den Fehlerinfluß zurückzuführen; denn die Meßfehler wirken sich bei kleinem R_L , R_G besonders stark aus, weil sich im Zähler der beiden zu prüfenden Ausdrücke je eine kleine Zahl als Differenz zweier großer ergibt. Bei Probe 4 sind R_L und R_G nur mehr so wenig voneinander verschieden, daß die Berechnung der optischen Konstanten nicht mehr möglich war [12].

XI. Die Dicke der Schichten und der Füllfaktor

Vergleicht man die errechneten Dicken der verschiedenen Goldschichten mit ihrer Wägungsdicke (Abbildungen des Abschn. IX), so kommt man zu Aussagen, die in Tabelle 2 dargestellt sind. Es sind

bei kleiner werdender Wägungsdicke der Proben, und zwar so stark, daß die mittlere optische Schichtdicke dabei noch zunimmt. Berücksichtigt man, daß der Absorptionsindex k die gleiche Tendenz zeigt wie der Füllfaktor, während sich der Brechungsindex n merk-

Tabelle 2

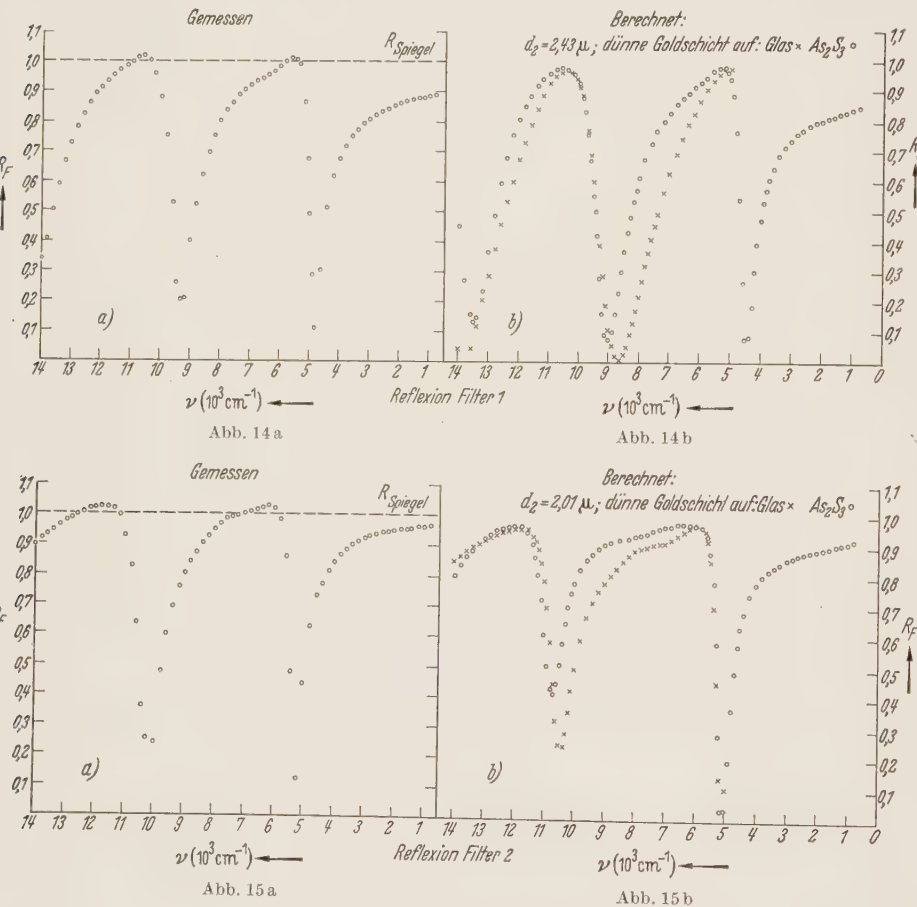
Probe	Masse Fläche $\text{g} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot 10^6$	Wägungs- dicke Å	Mittlere „optische“ Dicke Å		„Optische“ Dichte $\text{g} \cdot \text{cm}^{-1}$		Füllfaktor	
			AsS ₃	Glas	AsS ₃	Glas	AsS ₃	Glas
Nr. 1	11 ± 3	57 ± 15	1500 ± 700	1800 ± 900	0,73 ± 0,35	0,61 ± 0,3	0,04 ± 0,02	0,03 ± 0,015
2	10	52	1050 ... 11000	3500 ± 1000	0,95 ... 0,09	0,29 ± 0,1	0,05 ... 0,005	0,015 ± 0,005
3	7	36	1440 ... 14000	2300 ± 1300	0,5 ... 0,05	0,3 ± 0,2	0,026 ... 0,003	0,016 ± 0,01
4	5	26	—	2000 ± 700	—	0,25 ± 0,1	—	0,013 ± 0,005
5	3	16	1450 ... 82000	5500 ± 700	0,2 ... 0,004	0,05 ± 0,04	0,01 ... 0,0002	0,003 ± 0,003

die Wägungsdicken der Proben, ihre mittlere „optische“ (d.h. aus optischen Messungen gewonnenen und über die Meßwerte gemittelte) Dicke, die „optische“

lich dem Wert 1 nähert, so kann man Aussagen machen über den Aufbau der dünnen Goldschicht. Je kleiner die Zahl der schichtbildenden Metallatome ist, desto

lockerer wird das Gebilde, welches man Schicht nennt. Bei sehr lockerem Aufbau ist das Wort „Schicht“ überhaupt verfehlt. Denn ein Gebilde aus Goldatomen, dessen „Dicke“ in die Größenordnung interferenzfähiger Schichten kommt, kann bei einem „Brechungsindex“ $n \approx 1$ und einem „Absorptionsindex“ $k < 0,05$ keinen homogenen Aufbau haben. Wahrscheinlich werden die Eigenschaften des Schichtgebildes wesentlich von adsorbierter Luft mitbestimmt. Von einer Grenzfläche zu sprechen ist ebenso problematisch. Allerdings verhält sich das Gebilde, „Schicht“ genannt, dann so wie eine tatsächliche Schicht, wenn nur optische Eigenschaften des Gebildes untersucht und angewendet werden. Im Rahmen von Untersuchungen optischer Eigenschaften von RIF spielen nur optische Eigenschaften der am Schicht-

aufbau beteiligten Schichtgebilde eine Rolle. Deshalb erübrigt sich in diesem Zusammenhang eine weitergehende Untersuchung über den Aufbau der Schichten. Wie neuerdings v. FRAGSTEIN und RÖMER [24] gezeigt haben, treten die Anomalien der Schichtkonstanten im allgemeinen sowohl wegen des lockeren Aufbaus der Schicht auf, als auch wegen einer echten Änderung der optischen Konstanten der die Schicht aufbauenden Metallkörner, d.h. auch sehr kleine Körner an sich kompakten Metalls (Goldkriställchen von nur etwa 50 Å Ausdehnung) haben einen anderen komplexen Brechungsindex als das kompakte Metall.



Dichte (aus der durch Wägung bestimmten Masse und der „optischen“ Dicke) und der mittlere Füllfaktor der Proben angegeben. Für gleiche Schichten auf verschiedenen Trägern ergeben sich verschiedene Werte. Unter dem Füllfaktor ist das Verhältnis der Dichte der Schicht zur Dichte des kompakten Goldes ($19,3 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$) verstanden. Die großen Fehler, die in der Tabelle angegeben sind, rühren erstens von der relativ ungenauen Wägung her (Anzeigenauigkeit der Waage: $\pm 2 \cdot 10^{-5} \text{ g}$), zum anderen von der willkürlichen Mittelbildung bei der Angabe der optischen Dicke. Trotzdem läßt sich eine eindeutige Abhängigkeit des Füllfaktors feststellen. Der Füllfaktor sinkt

XII. Das RIF: Vergleich von Messung und Rechnung

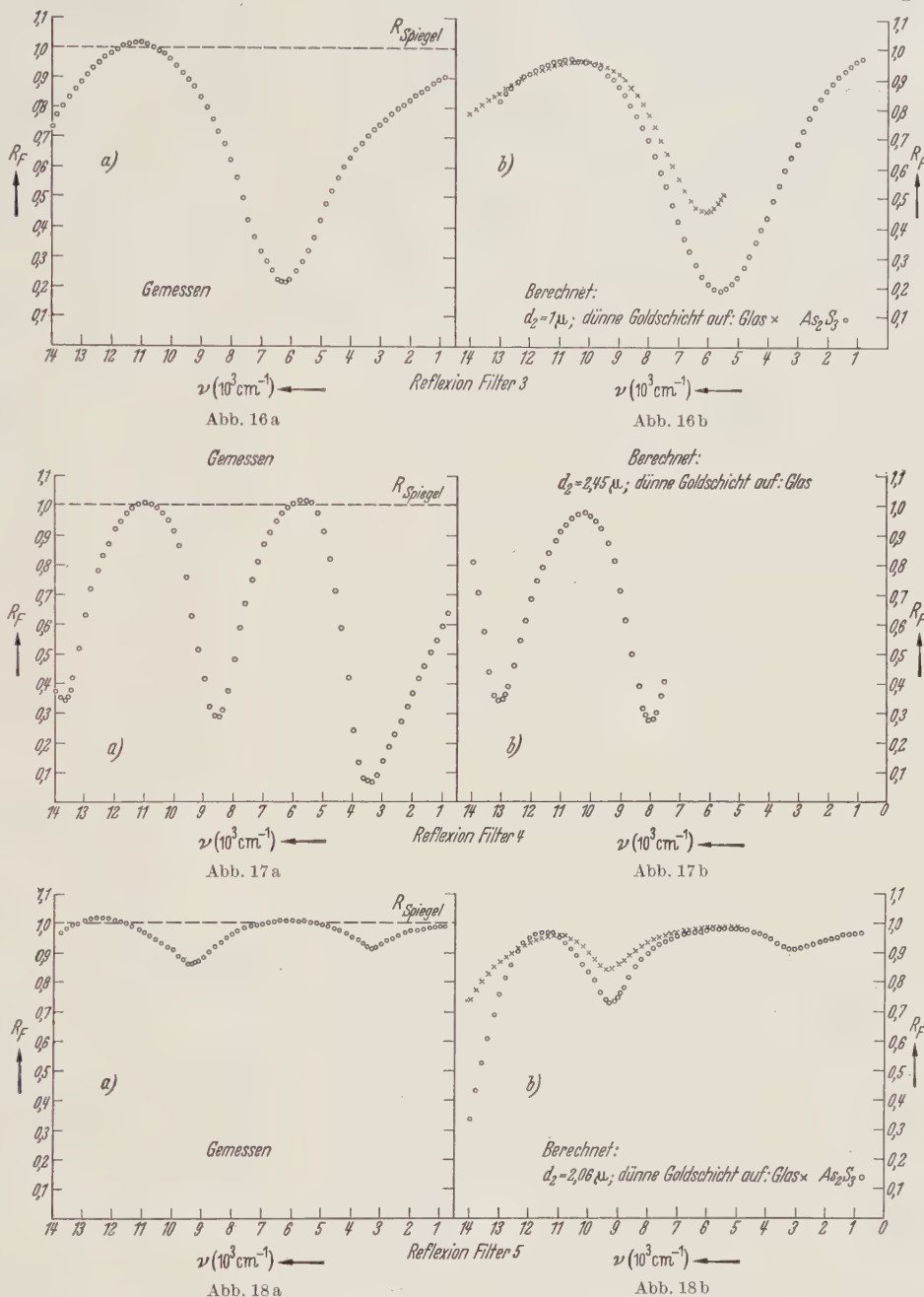
Die Abb. 14—18 stellen den gemessenen Kurvenverlauf der RIF dar; die Abb. 14b—18b zeigen den mit den Konstanten n , k und d der dünnen Goldschicht errechneten Verlauf. Die Satzbeschriftung enthält die Dicke d_2 der ZnS-Schicht, die der Rechnung zugrunde gelegt wurde. Die Rechnung basiert auf der vollständigen Formel (8).

Der Vergleich entsprechender Kurven gibt eine brauchbare qualitative, verschiedentlich sogar quantitative Übereinstimmung. Daß die Kurven nicht durchweg quantitativ gleich sind, liegt daran, daß die Eigenschaften der dünnen Goldschicht stark von der Unterlage beeinflusst werden. Diese Beeinflussung führt sowohl zu Intensitätsunterschieden wie auch zu Phasenunterschieden, die sich besonders stark an Minimumstellen der errechneten Filterreflexion bemerkbar machen. Der Einfluß ist jedoch auch an den Maximumstellen zu erkennen.

XIII. Das RIF: die Bedeutung von $4\pi n k d \nu$ und $4\pi d \nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2)$

Wie bei der Einfachschicht so ist auch die Reflexion des Filters, selbst in erster Näherung, nicht eine Funktion des Produktes $A = 4\pi n k d \nu$ allein. In den Abb. 19 und 20 ist der Ausdruck $B = 4\pi d \nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2)$ aufgetragen, den man neben A braucht, um den Filterverlauf beschreiben zu können. Im Gegensatz zu A ist B sowohl positiver als auch negativer Werte fähig. Wie in Abschn. V gezeigt wurde, hängt sowohl die qualitative Kurvenform als auch die Lage der Extremwerte der Reflexionskurve des Filters sowohl von A als auch von B ab. Ein Sonderfall tritt ein, wenn $B=0$, d.h. wenn $n^2 = k^2 + n_0^2$ ist. Nur in diesem Fall oder wenn d sehr klein ist, wird das Filter durch die vereinfachten Formeln beschrieben, wie sie von HADLEY und DENNISON [1] und SCHRÖDER [4] angegeben wurden. Filter 3, 4 und 5 (Abb. 16a—18a und 16b—18b) entsprechen ungefähr diesem Fall. Jedoch auch bei diesen drei Filtern ist eine geringe Asymmetrie in den Kurven zu merken, denn B ist nur näherungsweise gleich 0. Der Phasenwinkel $\varphi = 4\pi n_2 d_2 \nu$

— φ_{23} der Extremwerte der Filterkurve [Gl. (12a)] weicht nur wenig von $m\pi$ ($m=0, 1, 2, \dots$) ab. Die Kurvenform ist also fast nur von A abhängig. Anders sehen die Verhältnisse aus bei den Filtern 1 und 2 (Abb. 14a und 15a, 14b und 15b). B liegt keineswegs



in der Nähe von 0. Es ist stark negativ. Die Form der Kurven ist entsprechend stark verzerrt, d.h. die Phasenlage der Extrempunkte, besonders der Minima, weicht stark von $m\pi$ ab. Je größer der Absolutbetrag von B ist, desto stärker wird die Asymmetrie des Kurvenverlaufs. Das Filter 2 (Abb. 15a und 15b) zeigt noch eine weitere Unregelmäßigkeit. Die Kurve sieht so aus, als läge zwischen 7000 und 9000 cm^{-1} ein Nebenmaximum der Reflexion. Die Ursache für diese Erscheinung liegt darin, daß A und B keine Konstanten sind, sondern stark von der Wellenzahl abhängen. Bei der Ableitung der Formeln des Abschn. V, 3 wurden die beiden Größen der Einfachheit halber als

konstant angesehen. Es ist denkbar, bei Wahl eines geeigneten Metalles für die dünne Deckschicht des Filters solche Paare A, B zu finden, daß ein RIF entsteht, dessen Maximum in eine Art Plateau übergeht, so daß in einem weiten Bereich fast nichts absorbiert wird, während an einer Stelle die Reflexion 0, also vollständige Absorption erreicht wird, wobei die Halbwertsbreite des weggefilterten Bereichs klein gehalten werden kann. Ein solches Filter wäre z.B. besonders gut zu verwenden zur Ausfilterung der Erregerlinie in der Raman-Spektroskopie [18], insbesondere wenn die steilere der beiden Flanken den ausgefilterten Bereich gegen das Langwellige hin begrenzt, was nach Abschn. V, 3 nicht unmöglich sein sollte.

In Abschn. X wurde gezeigt, daß der Grenzwert von A für $\nu \rightarrow 0$ keineswegs bei $377/w$ liegt, wie man nach der Maxwell'schen Theorie erwarten müßte.

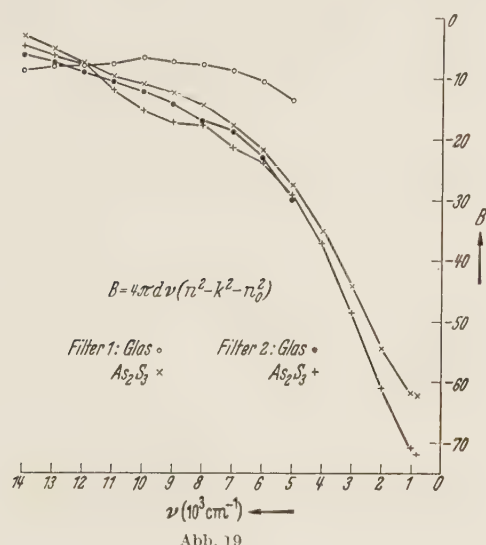


Abb. 19

Wäre die Forderung der Theorie erfüllt, so müßte entsprechend auch gelten: $4\pi d\nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2) \approx -4\pi d\nu n_0^2 \rightarrow 0$. Nach Abb. 35 könnte man auf ein Übereinstimmen von Experiment und Theorie für die Proben 3 und 5 schließen, nicht aber für die anderen Proben. Der Kurvenverlauf der Filterreflexion im Grenzfall müßte nach (16) gegen einen Wert konvergieren, der größer ist als R_S^* . Das trifft bei den Filtern 1 und 2, soweit man hier den Kurvenverlauf verfolgen kann, sicher nicht zu. Der Grenzwert von B für $\nu \rightarrow 0$ liegt also sicher nicht bei 0. Als Rückschluß für alle Filter muß man folgern, daß die Filtereigenschaften auch im Langwelligen im allgemeinen keineswegs dem Verlauf entsprechen, wie er von HADLEY und DENNISON angegeben wurde. Auch in diesem Bereich beschreibt mithin die Formel (48) dieser beiden Autoren nur einen Sonderfall. Es muß noch darauf hingewiesen werden, daß die Formeln (9), (9a) und (9b) der vorliegenden Arbeit auch nur Näherungsgleichungen sind. In Strenge müßte Gl. (8) verwendet werden.

Zusammenfassung

1. Dünne Goldschicht

a) Aus drei Meßgrößen, nämlich der reflektierten Intensität (R_L) beim Lichteinfall von der Luftseite, der reflektierten Intensität (R_G) beim Lichteinfall von

* Der Phasenwinkel $\varphi_{23} \approx 0$ kann unberücksichtigt bleiben.

der Schichtträgerseite und der durchgelassenen Intensität (D), werden an der elektronischen Rechananlage PERM die optischen Konstanten n, k, d bei neun dünnen Goldschichten durch ein hierfür entwickeltes Iterationsverfahren berechnet.

b) Für einige Schichten ist die *Woltersche Identität* $n_0 \cdot (1 - R_G - D)/D - n_4 \cdot (1 - R_L - D)/D = 0$ entweder streng oder in guter Näherung erfüllt. Die numerische Rechnung zeigt, daß man daraus nicht auf Gleichheit von $4\pi n k d\nu$ mit $n_0 \cdot (1 - R_G - D)/D$ und mit $n_4 \cdot (1 - R_L - D)/D$ schließen kann.

c) Der Grenzwert des Produktes $4\pi n k d\nu$ stimmt für $\nu \rightarrow 0$ nicht mit dem von der Maxwell'schen Theorie geforderten Wert $377/w$ überein (w = Flächenwiderstand der Schicht).

d) Die *Drudesche Bedingung* $n \approx k$ ist auch im Bereich $\lambda > 10 \mu$ nicht erfüllt.

e) Die optischen Konstanten der Goldschicht hängen stark von der *Unterlage* ab. Gleiche Schichten auf gewöhnlichem Glaträger und auf Arsensulfid-Glaträger zeigen erhebliche Unterschiede.

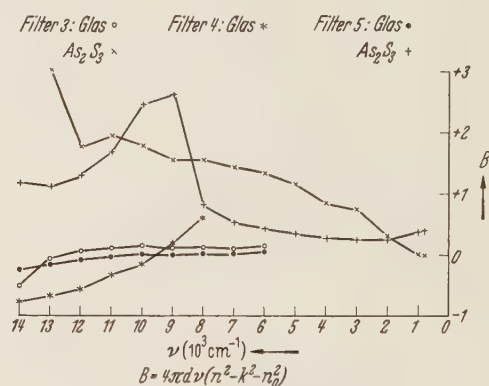


Abb. 20

f) Die nach optischen Methoden ermittelte *Schichtdicke* ist nicht unabhängig von der Wellenzahl der einfallenden Strahlung.

g) Um die Aussagen der beiden vorausgehenden Punkte e) und f) zu interpretieren, wird der *Füllfaktor* der Schichten errechnet. Er nimmt mit abnehmender Wägungsdicke ebenfalls ab, wobei die optische gemessene Dicke noch zunimmt. Der Begriff „Schicht“ als homogenes, eben begrenztes Medium erscheint dadurch problematisch.

2. Das Reflexions-Interferenzfilter

a) Es werden an fünf Filtern die *spektralen Reflexionskurven* gemessen. An der PERM werden mit den n, k und d der dünnen Goldschicht im gleichen Arbeitsgang die Reflexionskurven der entsprechenden Filter berechnet. Es besteht gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und berechneten Kurven.

b) Die spektrale Reflexion des Filters hängt selbst in erster Näherung nicht nur von der Größe $4\pi n k d\nu$, sondern auch von der Größe $4\pi d\nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2)$ ab. Die Abhängigkeit nur von $4\pi n k d\nu$ ist in einem Sonderfall gegeben, wenn $n^2 = k^2 + n_0^2$ ist.

c) Die *Asymmetrie* der Filter läßt sich mit der Größe des Ausdrucks $4\pi d\nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2)$ erklären.

d) Verschwindende Reflexion („Nullbedingung“) wird im allgemeinen nicht erreicht für $4\pi n k d\nu = 1$

(folgt aus der 377Ω -Bedingung). Auch hier macht sich der Einfluß von $4\pi d\nu \cdot (n^2 - k^2 - n_0^2)$ geltend.

e) Die *absolute Phase* an den Extremstellen der Filterreflexion liegt nicht bei $\varphi = 4\pi n_2 d_2 \nu - \varphi_{23} = \pi m$ ($m = 0, 1, 2, \dots$).

Herrn Professor Dr. WALTHER GERLACH danke ich für sein Interesse an dieser Arbeit und für die Bereitstellung der Mittel des Instituts. Herr Privatdozent Dr. HUBERT SCHRÖDER (Jenaer Glaswerke, Schott & Gen., Mainz) hat mir die Anregung zu dieser Arbeit gegeben. Dafür und für Diskussionen sage ich ihm meinen Dank. Den Vorständen des Rechenzentrums an der Technischen Hochschule München, den Herren Professor Dr. PILOTY und Professor Dr. SAUER, spreche ich meinen Dank aus für die Erlaubnis zur Durchführung der numerischen Rechnungen an der PERM. Den Assistenten des Rechenzentrums danke ich für Diskussionen, Ratschläge und praktische Hilfe bei der Programmierung und Bedienung der Maschine.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft wird für die Hilfe gedankt, die sie Herrn Professor Dr. GERLACH, München, und Herrn Professor Dr. BRANDMÜLLER, Bamberg, durch die Bereitstellung einer Vakuum-Bedampfungsanlage bzw. durch die Bewilligung einer elektrischen Rechenmaschine für die Durchführung dieser Arbeit leistete.

Literatur: [1] HADLEY, L.N., and D.M. DENNISON: J. Opt. Soc. Amer. **37**, 451 (1947); **38**, 483 (1948). — [2] HARRIS, L., and A.L. LOEB: J. Opt. Soc. Amer. **45**, 179 (1955). — [3] TURNER, A.F.: J. Phys. Radium **11**, 444 (1950). — [4] SCHRÖDER, H., in: AUWÄRTER, M., Ergebnisse der Hochvakuumtechnik und der Physik dünner Schichten. Stuttgart 1957. — [5] DAVID, E.: Z. Physik **114**, 389 (1939). — SCHOPPER, H.: Z. Physik **130**, 565 (1951). — [6] KOPPELMANN, G., u. K. KREBS: Z. Physik **145**, 486 (1956). — [7] HALL, J.F., and W.F.C. FERGUSON: J. Opt. Soc. Amer. **45**, 714 (1955). — [8] FÖRSTERLING, K., u. V. FRÉDERICKSZ: Ann. Phys. **40**, 201 (1913). — [9] GOOS, F.: Z. Physik **106**, 606 (1937). — [10] KRETZMANN, R.: Ann. Phys. (5) **37**, 303 (1940). — [11] WOLTER, H.: Z. Physik **105**, 269 (1937). — [12] WOLTER, H.: Z. Physik **147**, 1 (1957). — [13] SCANDONE, F.: J. Phys. Radium **11**, 337 (1950). — [14] HEAVENS, O.S.: Optical Properties of Thin Solid Films. London 1955. — [15] WILLERS, F.A.: Methoden der praktischen Analysis, Göschen, Berlin 1957. — [16] WEISSINGER, J.: Math. Nachr. **8**, 206 (1952). — [17] MINN, S., et S. OFFRET: J. Phys. Radium **18**, 357 (1957). — [18] BRANDMÜLLER, J.: Z. angew. Phys. **5**, 95 (1953). — [19] MAYER, H.: Physik dünner Schichten, Bd. 1. Stuttgart 1950. — [20] SCHAEFFER, C.: Einführung in die theoretische Physik, Bd. III/1, S. 441ff. u. 470ff. Berlin: W. de Gruyter 1950. — [21] Private Mitteilungen der Fa. Schott & Gen., Mainz. — [22] COWNIE, R.A.: J. Opt. Soc. Amer. **47**, 132 (1957). — [23] BEATTIE, J.R.: Phil. Mag. **46**, 235 (1955). — [24] FRAGSTEIN, C. V., u. H. RÖMER: Z. Physik **151**, 54 (1958).

HERBERT PORSCHE, I. Physikalisches Institut
der Universität München, jetzt Breisach (Rhein),
Ionosphäreninstitut

Lebenslauf

Am 29.11.1929 wurde ich, Herbert Arnold Porsche, als Sohn des Verlagsleiters Karl Porsche in Jägerndorf/Schlesien, geboren. Die Volksschule besuchte ich von 1935 bis 1939 in meiner Heimatstadt. Hier besuchte ich auch die Oberschule von 1939 bis 1944. Danach wurde ich zum Kriegshilfsdienst eingezogen. Nach der Ausweisung aus meiner Heimat setzte ich von 1946 bis 1949 die Schulzeit an der Oberrealschule in Memmingen fort. Im Wintersemester 1949/50 begann ich das Studium der Physik und Mathematik an der Universität München. Im Herbst 1951 bestand ich die Vorprüfung zum Staatsexamen, im Herbst 1953 das Staatsexamen selbst. Seit Frühjahr 1954 beschäftigte ich mich mit der Ausarbeitung der vorliegenden Dissertation. Daneben war ich bis Juli 1958 als wissenschaftliche Hilfskraft, seither als Assistent am I. Physikalischen Institut der Universität tätig. Seit Oktober 1955 bin ich außerdem nebenamtliche Lehrkraft am Oskar-von-Miller-Polytechnikum in München.

